

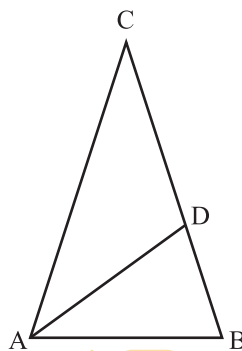
زاویه مجهول، مثلث معلوم!

یک مسئله
 یک راه حل



جعفر اسدی گرمارودی

مسئله: در (شکل ۱)، مثلث ABC متساوی الساقین است و دو ضلع BC و AC برابر هستند. زاویه BAC توسط AD نصف شده و همچنین AD با AB برابر است. اندازه زاویه ACB چقدر است؟



شکل ۱

راه حل: دو راه حل برای این مسئله ارائه خواهد شد، اما هر دو راه حل بازی با روابط موجود و داده‌های مسئله هستند. بنابراین، عنوان «یک مسئله و یک راه حل» برای آن انتخاب شده است و تفاوت دو راه حل، در مسیر انتخاب شده برای پاسخ است که در ادامه به آن می‌پردازیم.

راه حل دوم: به کمک زاویه خارجی مثلثی دیگر و مجموع دو زاویه مکمل

زاویه \hat{D}_1 ، زاویه خارجی مثلث ABD است. بنابراین:

$$\hat{D}_1 = \hat{A}_r + \hat{B} \xrightarrow{\hat{B} = 2\hat{A}_r} \hat{D}_1 = \hat{A}_r + 2\hat{A}_r \rightarrow \hat{D}_1 = 3\hat{A}_r$$

از این رابطه در مجموع دو زاویه مکمل استفاده می‌کنیم:

$$\hat{D}_1 + \hat{D}_r = 180^\circ \xrightarrow{\hat{D}_r = 2\hat{A}_r} 3\hat{A}_r + 2\hat{A}_r = 180^\circ$$

$$\rightarrow 5\hat{A}_r = 180^\circ \rightarrow \hat{A}_r = 36^\circ$$

با توجه به رابطه‌های به دست آمده و اندازه به دست آمده برای زاویه \hat{A}_r ، به کمک مجموع زاویه‌های مثلث، اندازه زاویه \hat{C} به دست خواهد آمد:

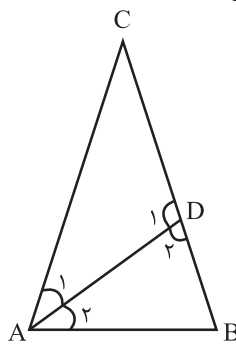
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\substack{\hat{A} = \hat{B} = 2\hat{A}_r \\ \hat{A}_r = 36^\circ}} 2\hat{A}_r + 2\hat{A}_r + \hat{C} = 180^\circ$$

$$4\hat{A}_r + \hat{C} = 180^\circ \rightarrow 4(36^\circ) + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$$

آیا شما هم می‌توانید رابطه‌ها را به گونه دیگری برقرار کنید و زاویه C را به دست آورید؟

برای روند حل مسئله، دو زاویه A و D را نامگذاری می‌کنیم (شکل ۲) و با توجه به اطلاعات مسئله نتایج زیر به دست می‌آیند:



شکل ۲

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_r \\ \hat{A} = \hat{B} \\ \hat{D}_r = \hat{B} \end{array} \right\} \rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{D}_r = 2\hat{A}_r = 2\hat{A}_1$$

راه حل اول: به کمک زاویه خارجی مثلث و مجموع

زاویه \hat{D}_r ، زاویه خارجی مثلث ACD است. بنابراین:

$$\hat{D}_r = \hat{A}_1 + \hat{C} \xrightarrow{\hat{D}_r = 2\hat{A}_1} 2\hat{A}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}$$

از این رابطه در مجموع زاویه‌های مثلث استفاده می‌کنیم:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A} = \hat{B} = 2\hat{A}_1} 2\hat{A}_1 + 2\hat{A}_1 + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\rightarrow \hat{C} + 4\hat{A}_1 = 180^\circ \xrightarrow{\hat{C} = \hat{A}_1} \hat{A}_1 + 4\hat{A}_1 = 180^\circ$$

$$\rightarrow 5\hat{A}_1 = 180^\circ \rightarrow \hat{A}_1 = \frac{180^\circ}{5} \rightarrow \hat{A}_1 = 36^\circ$$

و چون \hat{C} با \hat{A}_1 برابر بود، نتیجه می‌گیریم \hat{C} هم برابر 36° است.